

次の曲線の長さを(積分を利用して)求めよ。

$$y = \sqrt{1-x^2} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

ヒント: 積分する際、 $x = \sin \theta$  で置換する。

次の曲線の長さを求めよ。

$$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} \quad (3 \leq x \leq 8)$$

次の曲線の長さを求めよ。

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x \quad (2 \leq x \leq 4)$$

次の曲線の長さ $L$ を求めよ。

$$x = t - \cos t, y = 1 - \sin t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

ヒント:  $2 + 2\sin t = \left\{ 2 \cos \left( \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right\}^2$  を利用してもよい。

次の曲線の長さ $L$ を求めよ。

$$x = t^{-2}, y = t^{-3} \quad (1 \leq t \leq 3)$$

ヒント: 根号の外には  $\frac{1}{t^3}$  を出すとよい。

次の曲線の長さ $L$ を求めよ。

$$x = t^2, y = t^3 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

次の曲線の長さを求めよ。

$$y = \frac{1}{2}x^2 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

ヒント: 一般に、 $a$  を実数とすると  $\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left\{ x\sqrt{x^2+a} + a \log(x + \sqrt{x^2+a}) \right\} = \sqrt{x^2+a}$

次の曲線の長さ $L$ を求めよ。

$$x = te^{t-1} \sin \frac{\pi}{2}t, y = te^{t-1} \sin \frac{\pi}{2}t \quad (0 \leq t \leq 1)$$

ヒント:  $t, e^{t-1}, \sin \frac{\pi}{2}t$  はすべて  $0 \leq t \leq 1$  で単調増加だから、 $\frac{dx}{dt} \geq 0$  である。

次の曲線の長さを(積分を利用して)求めよ。

$$y = 3x \quad (0 \leq x \leq 1)$$

## 曲線の長さ

次の曲線の長さ $L$ を求めよ。

$$x = \cos t, y = \sin t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$