$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+5n}-n\right)$$

$0<a_n<3,\ a_{n+1}=1+\sqrt{1+a_n}\ (n=1,2,3\cdots\cdots)$ なる数列 $\{a_n\}$ に対して、$\lim_{n\to\infty} a_n$ を考える。

$n \geqq 2$ のとき、$3-a_n=2-\sqrt{1+a_{n-1}}=\dfrac{3-a_{n-1}}{2+\sqrt{1+a_{n-1}}}<$［空欄1］

この関係を繰り返し用いると、$0<3-a_n<$［空欄2］

各辺の $n\to\infty$ における極限を求めれば、

はさみうちの原理により $\lim_{n\to\infty} a_n=$［空欄3］ を得る。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^2+3n}-n}{\sqrt{n^2-n+1}-n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2-n^2}$$

以下の数列の極限が発散するか、振動するか、収束するか答えよ。

$\frac{2}{1},\frac{3}{4},\frac{4}{9},\frac{5}{16},\cdots$

$\lim_{n\to\infty}\frac{3n+1}{n^2-1}$

はさみうちの原理を用いて $\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x}$ を求める。

十分大きなxについて、$\log x \leqq \sqrt{x}$ より、$0 \leqq$［空欄1］$\leqq 1$

したがって、$0 \leqq \frac{\log x}{x} \leqq$［空欄2］

各辺の $x\to\infty$ における極限を求めれば、両端の極限値は等しくなるから、

はさみうちの原理により $\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x} =$［空欄3］ となる。

$\lim_{n\to\infty} a_n = -1$
$\lim_{n\to\infty} b_n = 2$
のとき
$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n + b_n}{-a_n + b_n}$を求めよ。

$\lim_{n\to\infty} a_n = -1$
$\lim_{n\to\infty} b_n = 2$
のとき
$\lim_{n\to\infty} (a_n b_n + 5)$を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty} \frac{4n-3}{3n^2-n+1}$$