

$f(x) = \log x$  は  $x > 0$  において微分可能な関数であるから、 $a = 1, b = e$  としたとき、  
平均値の定理により  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ ,  $a < c < b$  を満たす  $c$  がある。この  $c$  の値を求めよ。

次の不等式を平均値の定理を用いて証明した。空欄をうめよ。

$$|\sin \alpha - \sin \beta| \leq |\alpha - \beta|$$

$\alpha = \beta$  のとき、 $|\sin \alpha - \sin \beta| = 0, |\alpha - \beta| = 0$  である。

$\alpha < \beta$  のとき、 $f(x) = \sin x$  とすると平均値の定理より

$$\frac{f(\text{①}) - f(\text{②})}{\text{①} - \text{②}} = f'(\theta), \text{②} < \theta < \text{①} \text{ を満たす } \theta \text{ が存在する。}$$

$$\text{したがって } \left| \frac{\text{③} - \text{④}}{\text{②} - \text{①}} \right| = |\text{⑤}| \leq 1 \text{ より、}$$

$$|\sin \alpha - \sin \beta| \leq |\alpha - \beta| \text{ である。}$$

$\alpha > \beta$  のときも同様に示せる。よって題意は示された。(証明終了)

$f(x) = x^2 + 3x + 1$  は微分可能な関数であるから、 $a = -1, b = 2$  としたとき、

平均値の定理により  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$ ,  $a < c < b$  を満たす  $c$  がある。この  $c$  の値を求めよ。

次の曲線上の2点A,B間において、直線ABと平行な接線がある場合、その接点の座標を求めよ。  
 $y = \sin x$ , A(0,0), B( $\pi$ ,0)

$0 < \alpha < \beta < \pi$ のとき、 $\alpha - \beta < \cos \beta - \cos \alpha < 0$ であることを、  
 平均値の定理を用いて証明した。ア～オの□をうめよ。

$f(x) = \cos x$ について、区間 $[\alpha, \beta]$ で平均値の定理を用いると、

□ア□( $\alpha < \gamma < \beta$ )となる $\gamma$ がある。ここで $f'(\gamma) =$  □イ□であり、

$0 < \gamma < \pi$ より、□ウ□  $< f'(\gamma) <$  □エ□

$$\therefore -1 < \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\beta - \alpha} < 0$$

$\beta - \alpha$  □オ□ 0であるから、 $\beta - \alpha$ を上式の各辺にかけて、

証明すべき不等式を得る。

$f(x) = 2\sqrt{x}$  は微分可能な関数であるから、 $a = 4$ ,  $b = 9$ としたとき、平均値の定理により

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c), a < c < b \text{ を満たす } c \text{ がある。この } c \text{ の値を求めよ。}$$

$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  は微分可能な関数であるから、 $a = 0, b = 1$ としたとき、平均値の定理により  
 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c), a < c < b$ を満たす $c$ がある。この $c$ の値を求めよ。

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ のとき、 $\alpha - \beta < \sin \beta - \sin \alpha < 0$ であることを、

平均値の定理を用いて証明した。ア～オの□をうめよ。

$f(x) = \sin x$ について、区間 $[\alpha, \beta]$ で平均値の定理を用いると

□ア□ ( $\alpha < \gamma < \beta$ )となる $\gamma$ がある。ここで $f'(\gamma) =$  □イ□ であり、

$$\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi \text{より、} \square \text{ウ} < f'(\gamma) < \square \text{エ}$$

$$\therefore -1 < \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{\beta - \alpha} < 0$$

$\beta - \alpha$  □オ□ 0であるから、 $\beta - \alpha$ を上式の各辺にかけて、

証明すべき不等式を得る。

次の曲線上の2点A,B間において、直線ABと平行な接線がある場合、その接点の座標を求めよ。

$$y = \frac{1}{x}, A(1,1), B\left(3, \frac{1}{3}\right)$$

次の関数について、与えられた开区間において $f'(x) = 0$ を満たす $x$ が存在することを示した。空欄をうめよ。

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} \quad \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$f(x)$ は  $x = 0$ を除き、閉区間 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ で連続、开区間 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ で①である。

よって平均値の定理より $\frac{f(②) - f(③)}{② - ③} = ④$ ,  $③ < c < ②$ を

満たす $c$ が存在する。

ここで $\frac{f(②) - f(③)}{② - ③} = ⑤$ より、 $④ = 0$ であるため、

$x = c$ のとき $f'(x) = 0$ を満たす。(証明終了)